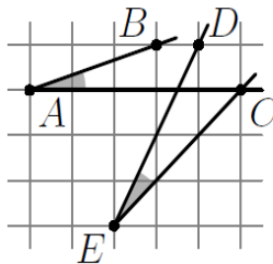


**KOMANDINĖ JAUNŲJŲ MATEMATIKŲ OLIMPIADA PROFESORIAUS
VYTAUTO LIUTIKO PRIZUI LAIMĖTI**

**Kretinga
2021 spalio 29 d.**

1. Palyginkite kampų BAC ir CED (žr. brėžinį) dydžius. Atsakymą pagrįskite.



2. Raskite lygties $3x^2 + 5y^2 = 345$ sveikuosius sprendinius.

3. Pirmojoje urnoje yra 2 balti rutuliai, antrojoje – 2 juodi, o trečiojoje – 1 baltas rutulys ir vienas juodas rutulys. Ant kiekvienos urnos kabėjo lentelė rodžiusi joje esančių rutulių spalvą: BB, JJ, BJ. Išdykėlis Petriukas sukeitė lenteles taip, kad dabar visos lentelės neteisingai nurodo urnoje esančių rutulių spalvą. Iš bet kurios urnos galima ištraukti vieną rutulį. Kokio mažiausio skaičiaus traukimų reikės, kad išsiaiškintumėte visų urnų turinį.

4. Įrodykite, kad

$$\sqrt{\underbrace{11\dots 1}_{2n} - \underbrace{22\dots 2}_n} = \underbrace{33\dots 3}_n.$$

5. Su kuriomis parametro a reikšmėmis kvadratinės lygties

$$x^2 + (a - 1)x - 2a = 0$$

šaknų kvadratų suma yra lygi 9?

6. McDonald's kavinėje užimta ne mažiau kaip 93,5% ir ne daugiau kaip 94,5% staliukų. Koks mažiausias staliukų skaičius yra šioje kavinėje?

7. Iš miesto A į miestą B išvyko pirmasis automobilis. Tuo pačiu metu iš miesto B į miestą A išvyko antrasis automobilis. Pirmasis automobilis į miestą B atvyko po 2,5 val. po susitikimo su antruoju automobiliu, o antrasis automobilis atvyko į miestą A po 1,6 val. po susitikimo su pirmuoju automobiliu. Kiek valandų kelionėje užtruko kiekvienas automobilis?

8. Išspręskite nelybę

$$\frac{6}{2x + 1} > \frac{1 + \log_2(x + 2)}{x}.$$

9. Šachmatų turnyre dalyvavo 2 moksleiviai iš III klasės ir keletas IV klasės moksleivių. Kiekvienas turnyro dalyvis sužaidė su kitu turnyro dalyviu lygiai vieną kartą. III klasės moksleiviai kartu surinko 8 taškus, o visi IV klasės moksleiviai surinko po lygiai taškų. Kiek IV klasės moksleivių dalyvavo turnyre? (Už pergalę skiriamas 1 taškas, už lygiąsias – 1/2 taško, o už pralaimėjimą – 0 taškų)

10. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^2} + |z - 6| + 4 = \frac{4x}{y}, \\ x + y + z = 0. \end{cases}$$