

Jaunujų matematikų komandinė olimpiada prof. V. Liutiko prizui laimėti
2019 m. spalio 29 d.
III-IV klasės

1. Išspręskite lygčių sistemą
$$\begin{cases} x^2 + x + y^2 + y = 4, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -2. \end{cases}$$

2. Iki rekonstrukcijos gamykloje veikė tam tikras skaičius vienodų konvejerių, kurių bendra mėnesinė produkcija buvo 15000 detalių. Po rekonstrukcijos, sumontavus dar penkis konvejerius ir padidinus visų konvejerių pajėgumą, mėnesinė produkcija padidėjo iki 33792 detalių. Kiek konvejerių buvo iš pradžių?

3. Raskite trapezijos $ABCD$ kampus, jei AD - pagrindas, be to $AB = BC$, $AC = CD$ ir $BC + CD = AD$.

4. Su kuriomis x ir y reikšmėmis teisinga lygybė

$$x^2 + (1 - y)^2 + (x - y)^2 = \frac{1}{3}?$$

5. Kvadrato 8×8 pažymėti 4 taškai. Ar tarp šių taškų yra bent 2 taškai, tarp kurių atstumas neviršija $\sqrt{65}$.

6. Natūralieji skaičiai x ir y tenkina lygybę $x^2 - 3x = 25y^2 - 15y$. Kiek kartų x didesnis už y .

7. Išspręskite lygtį $|x^2 - 4| + |x^2 - 9| = 5$.

8. Pirmasis sekos narys yra 7. Kiekvienas sekantis sekos narys yra prieš jį esančio sekos nario kvadrato skaitmenų suma padidinta vienetu. Raskite 2019-tąjį sekos narį.

9. Kam lygi suma $\frac{1}{2^{-100} + 1} + \frac{1}{2^{-99} + 1} + \dots + \frac{1}{2^{99} + 1} + \frac{1}{2^{100} + 1}$?

10. Onutė sugalvojo natūralųjį skaičių m . Tuomet Petriukas prie vieno iš Onutės sugalvotojo skaičiaus daliklio p pridėjo 5 ir gautąją sumą padaugino iš 6. Iš skaičiaus m atėmęs gautąją sandaugą, Petriukas gavo 7. Kokį skaičių sugalvojo Onutė?